ANEKS 2

Matematyka w czasach Stefana Banacha

Po pewnym okresie dekadencji matematyki, która przypada na drugą połowę XIX wieku, a zwłaszcza na początku wieku XX – pojawiają się nowe idee, które dają impuls do gwałtownego rozkwitu wielu nowych teorii. Wiążą się one z przejściem na wyższy poziom abstrakcji i bardziej globalnym potraktowaniem niektórych zagadnień. Zaczęło się od Cantora, którego obserwacje o zbiorach były zupełnym novum, dał on zaczątek temu co obecnie nazywa się teorią mnogości. Idee te od samego początku budziły kontrowersje i zastrzeżenia, zwłaszcza że swobodne ich traktowanie powodowało pojawienie się sprzeczności logicznych. Budziły one również zastrzeżenia filozoficzne, spowodowane głównie tzw. pewnikiem wyboru, który stwarzał problemy związane z istnieniem pewnych tworów matematycznych. Sprzyjało to bardzo szybkiemu rozwojowi badań w podstawach matematyki i do otrzymania bardzo pięknych i głębokich twierdzeń, których ukoronowaniem były wyniki Goedla. Bardzo szybko pojawia się również dział noszący obecnie nazwę topologii. Wyrósł on z teorii mnogości i pojęcia granicy, które w analizie matematycznej pojawiło się w XVII w. Teoria mnogości pozwoliła również na nowe podejście do teorii miary /długości, pola, objętości/ i to w sformułowaniu bardzo ogólnym i wysoce abstrakcyjnym. Decydującą rolę odegrał tu matematyk francuski Lebesgue. Z kolei teoria miary dała nowy impuls do badania funkcji. To bardziej ogólne spojrzenie na matematykę spowodowało, że inne działy, takie jak na przykład algebra, stają się abstrakcyjne tzn. uniezależniają się od konkretnych pojęć takich, jak liczby rzeczywiste zespolone.

Rónocześnie z rozwojem tych działów trwa ich wzajemne oddziaływanie na siebie, a co za tym idzie powstawanie nowych gałęzi zajmujących się zagadnieniami pośrednimi, które po pewnym czasie zaczynają żyć własnym życiem. Poza tym, a może przede wszystkim, trwa ciągle proces „przykładania"nowych teorii do klasycznej matematyki i możliwość tych zastosowań często decyduje o dalszym rozwoju danej gałęzi.

Bogactwo tak wielu idei oraz fakt, że zrozumienie ich wymagało co prawda odpowiedniego poziomu intelektualnego, ale niezbyt wielkiej wiedzy, sprawiało, że zdolny student matematyki miał równe szanse /a może nawet największe/ w ich opanowaniu co profesor matematyki.

W ten sposób mogły wyłaniać się nowe grupy matematyczne w takich ośrodkach, gdzie dotychczas nie istniały tradycje matematyki na wysokim poziomie.

Nowoczesne idee matematyki światowej dosyć szybko zostały przechwycone przez polskich matematyków, głównie Sierpińskiego i Steinhausa, którzy zaczęli je rozwijać, prowadząc wykłady uniwersyteckie z tych dziedzin jako jedni z pierwszych w świecie. Zdolnym studentom dało to szansę bardzo szybkiego „wejścia" w pracę badawczą.

W Polsce pojawiają się trzy centra nowoczesnej matematyki: Warszawie, Lwowie, i nieco później w Wilnie.

Grupa warszawska skupiona wokół Sierpińskiego i Mazurkiewicza szybko obrasta w młodych, zdolnych i bardzo aktywnych matematyków, takich jak Kuratowski czy Borsuk. Głównym przedmiotem zainteresowań tej grupy jest topologia. W ośrodku tym szybko osiągnięto bardzo znaczące w skali światowej wyniki. Warto tu wspomnieć, że obecnie jedne z najważniejszych typów przestrzeni topologicznych nazwano „przestrzeniami polskimi".

Grupa lwowska zajmuje się, przynajmniej początkowo zastosowaniami świeżo powstałej teorii miary: całki do analizy matematycznej, badaniami nad funkcjami, szeregami funkcyjnymi itd.

Między grupami warszawską i lwowską istniały bardzo silne powiązania, jeśli chodzi o wymianę problemów i idei. Istniał niewątpliwie też pewien stopień rywalizacji, mający bardzo dodatni wpływ na twórczość naukową.

Banach wciągnięty w pracę naukową przez Steinhausa bardzo szybko przerasta go i po kilku pierwszych pracach, które są jakby wstępnym przygotowaniem, dojrzewaniem, dokonuje syntezy będącej jak najbardziej w duchu epoki. Zamiast szczegółowo rozpatrywać pewne funkcje, wprowadza pewien ogólny obiekt, który obecnie nazywa się „przestrzenią Banacha" i ukazuje możliwość jego szerokich zastosowań. W ten sposób dowody stają się o wiele prostsze, bardziej eleganckie, pozbawione żmudnych nieraz i skomplikowanych „rachunków". Rodzi to nawet pewnego rodzaju niewiarę i pogardę wśród pewnych matematyków zajmujących się bardziej tradycyjnymi działami matematyki /dotyczy to zwłaszcza matematyków angielskich w ten rodzaj matematyki jako zbyt „miękkiej" tzn, takiej, gdzie rezultaty przychodzą zbyt łatwo bez odpowiednich chwytów rachunkowych.

Matematycy ci uważali, że głębokie wyniki można uzyskać jedynie poprzez metody klasyczne, nieabstrakcyjne. Wkrótce jednak i oni musieli przyznać, że ta „miękka" matematyka prowadzi bardzo szybko i łatwo do pięknych i głębokich rezultatów.

Zasadnicze pojęcia nowej teorii wprowadził Banach w swojej pracy doktorskiej w roku 1920. Jednakże swoją „siłę" zawdzięcza ona trzem podstawowym twierdzeniom, które zostały uzyskane w kilka lat później, a mianowicie: twierdzeniu Hahna–Banacha o rozszerzeniu funkcjonału liniowego, twierdzeniu Banacha–Steinhausa w ciągu operacji liniowych oraz twierdzeniu Banacha o wykresie domkniętym. Twierdzenia te, jak wiele innych, znalazły się w monografii *Teoria operacji liniowych* – podstawowym dziele Banacha.

Z książki tej wyłania się nowa już w pełni dojrzała dziedzina matematyki: analiza funkcjonalna i łączące ich z nią bogactwo zastosowań i inspiracji do różnych dalszych badań. Poszczególne działy tej książki rozrastają się po latach w obszerne pola badań.

Obecnie analiza funkcjonalna jest jednym z kilkunastu działów matematyki, w dalszym ciągu żywo się rozwijającym.

Oczywiście, choć wkład Banacha w rozwój tej teorii był decydujący, nie sposób nie wspomnieć tu o całej grupie matematyków skupionej wokół niego, z których wymienić należy przede wszystkim Stanisława Mazura, jego wkład w powstanie omawianej monografii był bardzo znaczny. Powołanie tak silnej grupy, stworzenie bardzo specyficznej atmosfery naukowej jest zasługą przede wszystkim Banacha. Ma on swój ważny wkład w teorię miary, zwłaszcza w jej podstawy. Jego idee w tej dziedzinie są rozwijane do dziś, a także w takie dziedziny jak topologia i równania różniczkowe.

Nie są to jednak rzeczy porównywalne z wkładem Banacha w dziedzinę analizy funkcjonalenej.