ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE IV (1961)

M. H. Stone (Chicago)

Nasz dług wobec Stefana Banacha

Przemówienie wygłoszone na uroczystości ku uczczeniu pamięci Stefana Banacha

Piętno, które wycisnął Stefan Banach na matematyce naszego wieku zapewnia mu stałe miejsce w historii nauki. Zarówno swym własnym dziełem, jak również przez pobudzanie zainteresowań i działalności innych matematyków w swej ojczyźnie, Polsce, a także i w innych krajach, wywarł on decydujący wpływ na rozwój współczesnej analizy funkcjonalnej. Wielu spośród nas, którzy zebraliśmy się tutaj dla uczczenia tego wielkiego polskiego matematyka, uświadamia sobie wpływ jego idei na nasze własne rozważania lat dwudziestych i początku trzydziestych. Inni, którzy działalność swą rozpoczęli nieco później, pamiętają go raczej jako mistrza, w którego oryginalnym dziele *Teoria operacji liniowych* szukali wiedzy i natchnienia. Hołd, który składamy teraz Stefanowi Banachowi, płynie zarówno z naszych serc, jak i umysłów. Wszyscy, którzy mamy szczęście być tu obecni i wyrazić, uczestnicząc w tej uroczystości, nasz podziw dla niego, mamy kolegów w wielu krajach, którzy żałują, że nie mogą być tu z nami.

Zatrzymując się, by przypomnieć sobie nasz dług wobec Banacha, należy poświęcić trochę czasu na zastanowienie się nad przyczynami, które spowodowały, że jego dzieło wywarło taki głęboki i doniosły wpływ na rozwój analizy funkcjonalnej. Ponieważ matematyka staje się coraz bardziej skomplikowana i szczegółowo opracowana, czujemy rosnącą potrzebę uzyskania ogólnej perspektywy i poglądu, które prowadziłyby nas najkorzystniejszymi drogami do głębi tajemnic, które chcemy zbadać. Jeśli w ogóle takie wskazania są możliwe, najbardziej prawdopodobnym jest znaleźć je rozważając osiągnięcia, a także i niepowodzenia matematyków, których dzieło jest na tyle zakończone w naszych czasach, że możemy jeszcze widzieć wyraźnie w godnych uwagi szczegółach, wzajemne oddziaływanie jego i dzieł jemu współczesnych, a także jego bezpośrednich następców.

Z przykładu Stefana Banacha możemy wyciągnąć wiele wartościowych wniosków. Oparł się on, jak my wszyscy czynimy, na osiągnięciach wielu wybitnych poprzedników, wśród których należy wymienić Volterrę, Frécheta, Hilberta i F. Riesza. Główne kierunki analizy funkcjonalnej były już wyznaczone, zanim Banach rozpoczął swą pracę. Rola podstawowych struktur liniowo-algebraicznych była wyraźnie podkreślona przez Fredholma, Hilberta i Riesza; uświadomiono sobie wagę rozważań topologicznych, wprowadzonych pierwotnie przez Frécheta; wyraźnie sformułowano uogólnienie i abstrakcję jako właściwe, pożądane cele analizy funkcjonalnej (Riesz i E. H. Moore).

Wydaje się, że wczesne prace Banacha powstały w warunkach, które, opisane przez profesora Steinhausa, każą wysoko cenić jego niezależność ducha. Warunki te mogły przeszkodzić Banachowi w poznaniu dorobku jego poprzedników. Polska w czasie pierwszej wojny światowej i bezpośrednio po niej na pewno nie była dla młodego matematyka dogodnym miejscem do rozpoczęcia kariery; nawet dla takiego, którego warunki osobiste były znacznie lepsze, niż Banacha. Z drugiej strony wielki entuzjazm do matematyki, który towarzyszył tworzeniu się wspaniałej polskiej szkoły matematycznej na początku lat dwudziestych, dostarczał Banachowi właściwej i nadzwyczaj pobudzającej atmosfery dla rozwoju jego własnych idei. Oczywiście skorzystał on z żywego w Polsce zainteresowania zagadnieniami topologii teoriomnogościowej nie zapominając jednocześnie o swych własnych celach w analizie. W wyniku tego, jego osiągnięcia charakteryzują się przede wszystkim mistrzowskim wykorzystaniem metod topologii w celu otrzymania głębokich twierdzeń analizy funkcjonalnej, których nie dostrzegali jego poprzednicy i jemu współcześni. Swoje idee Banach przedstawił w sposób dojrzały i zwarty w słynnej monografii, z nadzwyczajną jasnością podkreślając subtelną współzależność rozważań algebraicznych i topologicznych w czynieniu naprawdę owocnymi pojęć abstrakcyjnych i ogólnych, z którymi miała do czynienia współczesna analiza funkcjonalna. Tym, co uczyniło wpływ dzieła Banacha tak silnym, jest dokonanie zjednoczenia szeregu różnych, znalezionych poprzednio wyników z dziedziny analizy, wyrywkowych i niezupełnych.

Chociaż Banach uważał uogólnienie za cel sam w sobie, widzimy dzisiaj, że nie szedł on w tym kierunku tak daleko, jak wymaga tego nowoczesna analiza. Należy to zapewne przypisać przenikliwości Banacha, dotyczącej strategii, jaką należało wówczas stosować. Trudno wątpić, że Banach rozumiałby i doceniał współczesne nam zainteresowanie grupami topologicznymi i przestrzeniami liniowo-topologicznymi, lecz w czasie, gdy pisał swą książkę najbardziej interesujące problemy analityczne były związane z topologiami metrycznymi. Chociaż oczywistym było dokonanie uogólnienia na topologie niemetryczne, zostało ono przedsięwzięte dopiero kilka lat po ukazaniu się jego książki. Banach czuł zapewne, że należy najpierw zająć się przypadkiem najważniejszym korzystając z dostępnych środków, które, jak wykazał, nadawały się do użycia właśnie w tym momencie. Niezależnie od tego, czy odczuwał on to, czy też nie, sądzę, że możemy zgodzić się *post factum*, że miał rację, dokonując uogólnienia do tego miejsca, gdzie można było otrzymać głębokie wyniki, które mogły być bezpośrednio zastosowane do najbardziej wówczas interesujących problemów. Prawdę powiedziawszy, wydaje mi się słusznym zaznaczyć, że dzieło dokonane w końcu lat trzydziestych w dziedzinie przestrzeni liniowo-topologicznych i lokalnie wypukłych przestrzeni liniowo-topologicznych przyniosło owoce dopiero wtedy, gdy sformułowanie teorii dystrybucji przez Laurenta Schwartza wskazało nowy kierunek i dostarczyło nowych bodźców do zajmowania się tymi przestrzeniami.

Pomimo intensywnych badań prowadzonych od czasu wprowadzenia przez Banacha i, niezależnie, Norberta Wienera, przestrzeni Banacha, ich teorii wiele jeszcze brakuje do tego, by być dokładnie zrozumianą. Wydaje się, że w tej teorii nie tylko wiele poszczególnych nierozwiązanych problemów, wśród nich znaczna część sformułowanych przez samego Banacha, ale i pewne spośród najbardziej naturalnych kierunków dalszych badań napotykają na poważne przeszkody. Aby to potwierdzić, wystarczy uświadomić sobie, jak nieznaczna część naszej wiedzy o przestrzeni Hilberta może być obecnie rozszerzona na przestrzenie Banacha, lub ogólniej — na przestrzenie liniowo-topologiczne. Szczególna struktura metryczna przestrzeni Hilberta daje nam silny punkt oparcia, którego nie mamy w innych przypadkach i bez którego nasze próby oczywistych uogólnień, jak na przykład w teorii spektralnej, prowadzą co najwyżej do częściowych wyników. Istnieje wiele działów analizy, które obecnie mogą być rozpatrywane tylko w ramach teorii przestrzeni Hilberta. Warto podkreślić, że dotyczy to nie tylko problemów związanych z teorią spektralną, lecz nawet i tych, gdzie są stosowane zupełnie elementarne rozważania z zakresu analizy funkcjonalnej. W szczególności wiele współczesnych osiągnięć w teorii równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych opiera się na pomysłowym zastosowaniu rozumowań teorii przestrzeni Hilberta. Stanowi to wyraźny odwrót od wcześniejszych dążeń zmierzających do korzystania z norm Banacha specjalnie dostosowanych do poszczególnych problemów. Można więc powiedzieć, że geniusz Stefana Banacha stworzył dla nas tyle problemów, ile sam ich rozwiązał!

Niewątpliwie Banach musiał tak uczynić. My, którzy idziemy drogą przez niego wskazaną, możemy być mu wdzięczni zarówno za światło, które rzucił na tyle aspektów analizy funkcjonalnej, jak i za wiele problemów, które nam zostawił.