ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XII (1969)

S. ULAM (Baulder, Colo)

Wspomnienia z Kawiarni Szkockiej

Rozwój matematyki w ciągu całych dziejów doznawał impulsów bądź z pewnych środowisk, bądź od pewnych grup ludzkich. Środowiska te, zarówno duże jak i małe, tworzyły się dokoła jednej lub czasem kilku indywidualności, a czasem były wynikiem prac badawczych pewnej liczby osób, które stanowiły wyrównaną grupę pracującą równocześnie i rozwijającą działalność matematyczną. Grupa taka stanowi więcej niż tylko wspólnotę specyficznych zainteresowań; ma ona zupełnie określony nastrój i charakter zarówno w doborze problemów, jak i metod myślenia. Na pierwszy rzut oka może to wydać się dziwne, gdyż osiągnięcie matematyczne, czy to nowa, brzemienna w treść definicja, czy też skomplikowany dowód rozstrzygający pewną kwestię, wydaje się wynikiem zupełnie indywidualnego wysiłku, niemal jak kompozycja muzyczna, co do której niełatwo pojąć, jak mogłaby być napisana przez więcej niż jednego osobnika.

Jeśli jednak idzie o grupę indywidualnych matematyków, to wybór tych czy innych problemów lub metod powtarza się wielokrotnie, co jest wynikiem wspólnych zainteresowań. Na wybór taki często wywiera wpływ splot pytań i odpowiedzi, które zapewne pojedynczy matematyk może sam postawić i rozwiązać, lecz które powstają w sposób naturalny w wyniku pracy kilku umysłów. W ten sposób wielkie centra matematyczne XIX wieku, takie jak Getynga, angielskie Cambridge, Paryż i ośrodki rosyjskie wywarły szczególny i swoisty wpływ na rozwój matematyki.

Znaczna część osiągnięć matematyków w Polsce w okresie dwudziestolecia międzywojennego stanowi ważny etap w tworzeniu fundamentów współczesnej matematyki światowej. Wywierają one wpływ nie tylko na przedmiot, lecz również na ton badań współczesnych.

Od czasów Cantora duch teorii mnogości coraz bardziej przenikał matematykę; ostatnio byliśmy świadkami renesansu zainteresowania tą teorią i nieoczekiwanych jej postępów. Mam na myśli nie tylko teorię mnogości w jej najbardziej abstrakcyjnej formie, lecz także jej bezpośrednie zastosowania, topologię w jej najogólniejszym ujęciu, najogólniejsze przedstawianie idei algebraicznych. Temu wszystkiemu nadała kierunek i impuls szkoła polska. Znaczna część tego wkładu jest zasługą matematyków lwowskich. Tutaj zainteresowania nie koncentrowały się wyłącznie na teorii mnogości, lecz na nowym ujęciu problemów klasycznych, które może być nazwane analizą funkcjonalną w duchu geometrycznym i algebraicznym. Jeśli chciałoby się dać mocno uproszczony opis źródeł tej aktywności, można by powiedzieć, że w Polsce zadomowiły się badania oparte na dziele Cantora, logików szkoły niemieckiej, matematyków francuskich Baire'a, Borela, Lebesgue'a i innych. Badania te, wraz z problemami analizy sformułowanymi przez Hilberta i innych w Niemczech, prowadziły do prostych, ogólnych konstrukcji nieskończenie wielowymiarowych przestrzeni funkcyjnych. Równocześnie w Ameryce, i to w pewnym sensie niezależnie, prace E. H. Moore'a, O. Veblena i innych, pobudzonych przez ogólne tendencje, doprowadziły do zbliżenia różnych sposobów widzenia i unifikacji intuicji matematycznej.

Ważną cechą matematyki nowoczesnej, która została w pełni rozwinięta we Lwowie, jest współpraca między różnymi indywidualnościami, a nawet całymi szkołami matematycznymi. Wbrew rosnącej różnorodności i specjalizacji, a nawet hiperspecjalizacji badań matematycznych, kierunki i wątki badawcze pochodzące z różnorodnych i niezależnych źródeł częstokroć zbiegają się.

Nie będę się starał dać opisu historycznego ani też genetycznego, bądź wyjaśnienia filozoficznego tego znakomitego środowiska lwowskiego. Podam tylko swe osobiste impresje, zarówno jako studenta, jak i uczestnika, o duchu i charakterze pracy grupy pracowników Uniwersytetu i Politechniki we Lwowie.

Wspomnienia te, z okresu między dwiema wojnami światowymi, piszę po trzydziestu latach spędzonych w Stanach Zjednoczonych. W tym czasie miałem tylko sporadyczny kontakt z matematykami polskimi, z wyjątkiem krótkiego okresu tuż przed drugą wojną światową, gdy odwiedziłem Lwów w czasie wakacji.

Kalejdoskop typów matematyków lwowskich przedstawiał wielką rozmaitość indywidualności matematycznych, nie tylko w zakresie zainteresowań i wykształcenia, lecz również w rodzajach intuicji i zwyczajów matematycznych. Głównym napędem oryginalnej pracy badawczej były dziedziny o nastawieniu teoriomnogościowym: podstawy teorii mnogości, topologia mnogościowa, a następnie — pod wpływem Banacha i Steinhausa — analiza funkcjonalna z zastosowaniami do analizy klasycznej. Schauder, który był docentem uniwersytetu, zajmował się równaniami różniczkowymi cząstkowymi. Jego metody i rezultaty stały się dziś klasyczne i stanowią jedno z najpotężniejszych narzędzi dowodzenia twierdzeń o istnieniu. Banach, Mazur i Schauder są twórcami tak dziś popularnej metody traktowania problemów analizy za pomocą geometrycznych metod przestrzeni funkcyjnych.

Jeśli zależałoby mi na określaniu głównej cechy charakterystycznej tej szkoły, to wymieniłbym przede wszystkim zainteresowania podstawami różnych teorii. Rozumiem przez to, że jeśliby rozważać matematykę jako drzewo, to grupa lwowska oddawała się studiowaniu korzeni i pni, być może nawet głównych konarów, mniej interesując się bocznymi pędami, liśćmi i kwiatami.

Głębokie badania konstrukcji matematyki klasycznej doprowadziły grupę lwowską do rozważania pojęć bardziej ogólnych, które mogłyby służyć jako baza dla innych możliwych definicji. Z tego teoriomnogościowego i aksjomatycznego punktu widzenia badano raczej naturę ogólnych przestrzeni niż jakiś przykład szczegółowy; raczej ogólne znaczenie ciągłości niż na przykład ciągłości funkcji jednej zmiennej; raczej naturę bardziej ogólnych zbiorów punktów przestrzeni euklidesowej niż tylko klasyczne figury geometryczne; raczej ogólne funkcje jednej lub kilku zmiennych rzeczywistych, ogólne przestrzenie funkcyjne, ogólniejsze pojęcia długości krzywej, pola i objętości, tzn. pojęcie miary i sformułowanie pojęcia prawdopodobieństwa. Badano i porównywano znane konstrukcje matematyczne, a z nich abstrahowano wspólne cechy strukturalne. Rezultaty ogólne można było zinterpretować w każdym ze specyficznych przykładów bez przeprowadzania na nowo dowodów w każdym poszczególnym przypadku. Na przykład wiele dobrze znanych przestrzeni matematycznych spełnia aksjomaty tego, co później stało się powszechnie znane pod nazwą przestrzeni Banacha.

Patrząc retrospektywnie wydaje mi się rzeczą osobliwą, że nie rozważano tam na równie ogólnym tle idei algebraicznych. Jest jasne, że grupa lwowska była liczebnie skromna i rozwój algebry w duchu nowoczesnym musiał oczekiwać na powstanie innych centrów w innych krajach. Jest rzeczą równie dziwną, że studium podstaw fizyki, w szczególności studium czasoprzestrzeni, nie zostało nigdzie podjęte w tym duchu do dnia dzisiejszego.

Nic dziwnego, że przy tak ogólnym ujęciu nowe i dziwne obiekty matematyczne ukazują się równolegle do ogólnych idei klasycznych. Na przykład, w topologii na równi ze zwyczajnymi figurami geometrycznymi spotyka się cudaczne continua punktów płaszczyzny i trójwymiarowej przestrzeni. W badaniach funkcji zmiennej rzeczywistej okazało się, że wśród funkcji ciągłych funkcje nieróżniczkowalne stanowią „większość". W badaniach przestrzeni wektorowych nieskończenie wielowymiarowych okazało się, że cały szereg takich przestrzeni ma tę samą doniosłość co przestrzeń Hilberta. Analiza różnych własności funkcji, ich różniczkowalności lub rodzajów ciągłości wykazała, że każde z tych pojęć prowadzi do pewnej przestrzeni wektorowej nieskończenie wielowymiarowej, równie nieraz interesującej, jak przestrzeń Hilberta. Własności ciągów liczb rzeczywistych, ich zbieżność czy też sumowalność, były rozważane za pomocą przestrzeni wektorowych takich ciągów. Badanie podstaw, to znaczy aksjomatycznego sformułowania teorii prawdopodobieństwa wymagało zbadania bardzo ogólnych miar i budowy nowych przestrzeni „zdarzeń" złożonych, które konstruowano wychodząc z danych przestrzeni.

Podniecenie wywołane znalezieniem takiej rozmaitości nowych obiektów, którymi można było operować za pomocą kilku ogólnych metod, było tak duże, że częstotliwość dyskusji i pracy zespołowej w tych latach była rzeczywiście wyjątkowa. Jedynym wypadkiem, gdy spotkałem się z podobną wspólnotą zainteresowań i intensywnością współżycia intelektualnego, był okres mych badań w czasie lat wojennych nad nowym wówczas zagadnieniem — energią jądrową.

Znaczna część naszych rozmów matematycznych toczyła się w położonych w pobliżu uniwersytetu kawiarniach. Pierwsza z nich nazywała się „Roma". Po roku, lub dwóch, Banach zadecydował, że należy nasze sesje przenieść do „Kawiarni Szkockiej", położonej po przeciwległej stronie ulicy. Sesje nasze były kontynuowane w małych restauracyjkach, w których stołowali się matematycy. Wydaje mi się obecnie, że jedzenie było średnie, lecz napojów było pod dostatkiem. Stoły kawiarniane były pokryte płytami marmurowymi, na których można było pisać ołówkiem, i co ważniejsze, szybko ścierać. W naszych matematycznych rozmowach częstokroć słowo lub gest bez żadnego dodatkowego wyjaśnienia wystarczały do zrozumienia znaczenia. Czasem cała dyskusja składała się z kilku słów rzuconych w ciągu długich okresów rozmyślania. Widz siedzący przy innym stole mógł zauważyć nagłe krótkie wybuchy konwersacji, napisanie kilku wierszy na stole, od czasu do czasu śmiech jednego z siedzących, po czym następowały okresy długiego milczenia, w czasie których tylko piliśmy kawę i patrzyliśmy nieprzytomnie na siebie. Tak wytworzony nawyk wytrwałości i koncentracji, trwającej czasami godzinami, stał się dla nas jednym z najistotniejszych elementów prawdziwej pracy matematycznej.

Po raz pierwszy zobaczyłem Banacha, gdy jako student ostatnich klas gimnazjum uczęszczałem na serię wykładów o różnych aspektach matematyki, przeznaczonych dla szerszej publiczności. Banach miał wówczas około trzydziestu pięciu lat. W przeciwieństwie do wrażenia, jakie wywierają zwykle na młodych ludziach starsi o jakieś piętnaście lat, wydał mi się bardzo młody. Był wysoki, o włosach blond, oczach niebieskich, postawy raczej ciężkiej. Jego sposób mówienia już wówczas uderzył mnie swą bezpośredniością, siłą, a czasami nawet nadmiernym upraszczaniem; rys, który — jak później stwierdziłem — był w pewnym sensie przez niego świadomie forsowany. Gdy później, już jako student politechniki miałem możność obserwować go w Zakładzie Matematyki w czasie rozmowy z innymi, potwierdziły się te wrażenia. W wyrazie jego twarzy odbijał się zazwyczaj dobry humor, połączony z pewną postawą sceptyczną. W rozmowach unikał na ogół wyrażania ostrego sprzeciwu; gdy jednak nie zgadzał się ze zdaniem rozmówcy, manifestował to stawianiem pytań. W dyskusjach matematycznych, w które dawał się wciągać bardzo chętnie, a nawet z zapałem, czuło się natychmiast potęgę jego umysłu. Czy to w gabiniecie uniwersyteckim, czy też w kawiarni można było przesiadywać z Banachem całymi godzinami, dyskutując o problemie matematycznym. Popijał kawę i palił papierosy niemal bez przerwy. Tego typu sesje z Banachem, a częściej z Banachem i Mazurem, uczyniły atmosferę lwowską czymś jedynym w swoim rodzaju. Tak intymna współpraca była prawdopodobnie czymś zupełnie nowym w życiu matematycznym, a przynajmniej w takiej skali i w takiej intensywności.

Mazur był tym, który w szczególności nauczył mnie kontrolować mój wrodzony optymizm — zbyt pospiesznie nie wyciągać konkluzji ze szkicu dowodu bez dokładnego przeprowadzenia go. Banach wyznał mi raz, że od wczesnej młodości interesował się specjalnie dowodzeniem hipotez. Istotnie, geniusz w odnajdywaniu ukrytych i nieoczekiwanych dróg charakteryzował go w sposób unikalny jako przenikliwego i oryginalnego matematyka. Siłą Mazura było to, co on sam nazywał robieniem obserwacji i „uwag". Zawierały one zazwyczaj, w niezwykle zwięzłej i precyzyjnej formie, pewne własności pojęć, które raz zauważone nie były, być może, tak trudne do sprawdzenia, lecz na ogół mieściły się „na terenie" niełatwo zauważalnym dla większości matematyków. Często zdarzało się, że uwagi te były decydujące w znalezieniu dowodu lub kontrprzykładu.

Zazwyczaj po sesji matematycznej w kawiarni można było oczekiwać, że na drugi dzień pojawi się Banach z kilkoma luźnymi karteczkami, na których szkicował znalezione w międzyczasie dowody. Czasami zdarzało się, że nie były one w rzeczywistości kompletne, a nawet poprawne w formie przez niego podanej, a Mazur był tym właśnie, któremu udawało się je doprowadzić do naprawdę zadowalającej postaci.

Zbędne jest chyba dodanie, że nasze dyskusje matematyczne były przeplatane rozmowami o polityce, o sprawach kraju i naszego miasta, o polityce uniwersyteckiej, jak również w znacznej mierze o nauce w ogólności, a zwłaszcza fizyce i astronomii.

Pozwolę sobie zacytować kilka z dyskutowanych myśli, które później stały się obiektem wielu prac matematycznych. Mazur w czasie rozmowy kawiarnianej podał pierwszy przykład gry matematycznej nieskończonej. Przypominam sobie — a było to w r. 1929 lub 1930, że Mazur poruszył sprawę istnienia automatów, które byłyby w stanie dać same sobie odpowiedź, skoro dana jest pewna liczba bezwładnego materiału w ich otoczeniu. Dyskutowaliśmy nad tym w sposób bardzo abstrakcyjny i niektóre z naszych myśli, które nie zostały nigdzie zapisane, były w istocie rzeczy prekursorskie w stosunku do takich teorii, jak na przykład teoria von Neumanna automatów abstrakcyjnych. Spekulowaliśmy dużo na temat możliwości komputerów wykonujących obliczenia i nawet działania algebry formalnej.

Zdaje mi się, że w roku 1933 lub 1934 postanowiliśmy naszym aktualnym sformułowaniom problemów i rezultatów dyskusji nadać bardziej trwałą formę. Banach zakupił duży zeszyt, w którym miały być zapisywane problemy, z podaniem przy każdym nazwisku autora i daty. Zeszyt ten był przechowywany w kawiarni i kelner przynosił go na żądanie. Wpisywaliśmy problem, a kelner ceremonialnie zabierał go z powrotem na miejsce, gdzie był chowany. Dokument ten stał się później głośny pod nazwą „Księga Szkocka", od nazwy kawiarni. Oryginalny ten dokument znajduje się w posiadaniu dra S. Banacha juniora, syna Stefana, matematyka. Przetłumaczyłem kopię przysłaną mi przez Steinhausa i rozesłałem do wielu przyjaciół w Stanach i Europie.

Kuratowski i Steinhaus reprezentowali, każdy na swój sposób, elegancję, ścisłość i inteligencję matematyczną. Kuratowski był w rzeczywistości reprezentantem szkoły warszawskiej, która w sposób niemal wybuchowy rozkwitła pod koniec pierwszej wojny światowej. Przyjechał do Lwowa w 1927 r. Poprzedzała go reputacja jego prac z czystej teorii mnogości i aksjomatycznej topologii przestrzeni ogólnych. Dzieło jego jednak zawierało ważne wyniki o własnościach ogólnych continuów w przestrzeniach euklidesowych. On i jego współpracownik warszawski — Knaster — podali przykłady paradoksalnych zbiorów płaskich wychodzących poza ujęcie Brouwera. Jako redaktor „Fundamenta Mathematicae" zorganizował i nadał kierunek wielu badaniom opublikowanym w tym słynnym piśmie. Matematyka jego była scharakteryzowana czymś, co bym nazwał łacińską jasnością. Wśród mnożącej się rozmaitości definicji i problemów matematycznych, dziś bardziej jeszcze zadziwiającej niż wówczas, odmierzony wybór problemów Kuratowskiego miał pewną trudną do zdefiniowania własność — zdrowego rozsądku w abstrahowaniu.

Podejście Steinhausa do zagadnień analizy, funkcji rzeczywistych, teorii funkcji i szeregów ortogonalnych odznaczało się głębokim zrozumieniem rozwoju historycznego i ciągłości idei w matematyce. Jego książka *Czem jest a czem nie jest matematyka* wywarła na mnie duży wpływ. Być może przez to, że miał on mniej zainteresowań bardzo abstrakcyjnymi dziedzinami matematyki i ich wyczucia, starał się sterować naszymi nowymi ideami w kierunku zastosowań praktycznych, niemal do życia codziennego. Miał skłonność i talent do wynajdywania problemów geometrycznych, które mogły być traktowane kombinatorycznie, chwytanie tego co mogło stanowić wizualne, niemal namacalne wyzwanie do sformułowania matematycznego. Miał szczególne wyczucie języka. Czasami niemal pedantycznie wywierał nacisk, by mówić lub pisać o matematyce lub o matematycznych dziedzinach nauk ścisłych precyzyjnym językiem.

Liczba profesorów, zarówno na Uniwersytecie, jak i na Politechnice, była niezmiernie skromna, a pensje niskie. Tacy ludzie, jak Schauder, w celu zdobycia środków utrzymania, musieli pracować jako nauczyciele w gimnazjach, aby uzupełnić skromne dochody docenta czy asystenta. Zbigniew Łomnicki miał posadę eksperta teorii prawdopodobieństwa w Państwowym Instytucie Statystyki i Ubezpieczeń. Mimo to, większość matematyków znajdowała czas, by uczęszczać do kawiarni.

Stożek, który był profesorem i dziekanem Wydziału Ogólnego Politechniki Lwowskiej, przychodził do kawiarni codziennie, podobnie zresztą jak wielu innych. Stożek, niski, okrąglutki, zupełnie łysy i jowialny, grał w szachy z Nikliborcem, który był równocześnie docentem i starszym asystentem. Większość przedpołudni spędzali przy kawie i szachach otoczeni innymi, kibicującymi matematykami.

Bywał tam często Auerbach, który był również dobrym szachistą. Był starszym asystentem uniwersytetu, a później docentem. Był nieśmiały, milczek, od czasu do czasu ukazując przebłyski kostycznego dowcipu. Jego prace matematyczne odznaczały się elegancją, i od niego właśnie nauczyłem się niektórych bardziej klasycznych dziedzin matematyki, jak teoria grup i algebr Liego, którymi nie zajmowano się specjalnie we Lwowie. Zarówno Mazur, jak i ja opublikowaliśmy później wspólne prace z Auerbachem. Kaczmarz, wysoki, bardzo szczupły, kolega Nikliborca, ukazywał się od czasu do czasu. Orlicz, który był również asystentem uniwersytetu i przyjacielem Mazura, zjawiał się rzadziej.

Ciążył nad nami, chociaż z początku tylko w podświadomości, cień nadciągającej tragedii — Hitler w Niemczech i przeczucie wojny światowej. Obecność Stożka i rozmowy z nim wpływały na rozpogadzanie się nastroju. Gdzieś około 1930 r. powiedziałem do Mazura, że widok Stożka, jedzącego parówki z musztardą, może rozproszyć najbardziej melancholijny nastrój.

Posiedzenia Polskiego Towarzystwa Matematycznego odbywały się na Uniwersytecie, niemal w każdy sobotni wieczór. Zwykle w ciągu godziny były podawane trzy lub cztery krótkie komunikaty, po czym wielu z uczestników udawało się do kawiarni. Miałem dziewiętnaście lub dwadzieścia lat, gdy Stożek zaproponował mi, bym został sekretarzem Oddziału Lwowskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego, które to zajęcie polegało głównie na rozsyłaniu zawiadomień o posiedzeniach i opracowywaniu krótkich streszczeń komunikatów dla biuletynu Towarzystwa.

Oczywiście oddział nasz utrzymywał korespondencję z innymi oddziałami. Sporną była wówczas kwestia przeniesienia głównej siedziby Towarzystwa z Krakowa do Warszawy. Nie ma potrzeby wspominać, że wymagało to wielu manewrów, dyskusji i politykowania. Pewnego dnia przyszedł list z ośrodka krakowskiego, który — podobnie jak Oddział Warszawski — starał się pozyskać głos Oddziału Lwowskiego. Zawiadomiłem o tym Stożka, który był prezesem Oddziału; powiedziałem: „Przyszedł dziś ważny list". Stożek odpowiedział: „Schowaj go tak, by go więcej ludzkie oko nie zobaczyło". Byłem tym w mej młodzieńczej naiwności zaszokowany.

Ruziewicz, profesor uniwersytetu, często przychodził do kawiarni, podobnie jak arystokratycznie wyglądający Antoni Łomnicki. Ten był profesorem matematyki na Politechnice, znawcą teorii prawdopodobieństwa i kartografii oraz autorem dobrego podręcznika. Jego bratanek, Zbigniew Łomnicki stał się mym bliskim przyjacielem i współpracownikiem. Mój nauczyciel Kuratowski, jak również Steinhaus, zjawiali się tylko sporadycznie na tych kawiarnianych posiedzeniach. Uczęszczali zazwyczaj do bardziej wytwornej cukierni, położonej niedaleko naszej kawiarni.

Z młodszych, najaktywniejszymi i najbardziej produktywnymi byli wówczas Schreier, student uniwersytetu i ja. Szereg prac opublikowanych wówczas przez nas wspólnie świadczy o codziennej niemal naszej współpracy. Spotkaliśmy się po raz pierwszy na odczycie Steinhausa i rozmawialiśmy o pewnym problemie, nad którym wówczas pracowałem. Prawie natychmiast okazało się, że mamy tyle wspólnych zainteresowań, że zaczęliśmy odtąd spotykać się regularnie. Nasze badania, chociaż zdeterminowane przez używane wówczas we Lwowie metody, zahaczyły o nową wówczas dziedzinę, abstrakcyjną teorię grup nieskończonych i grup topologicznych. Wydaje mi się, że nasze prace zaliczają się do pierwszych ukazujących zastosowania nowoczesnych metod i bardziej algebraicznego punktu widzenia w odniesieniu do szerokiego kręgu obiektów matematycznych. Nie znam losu Schreiera. Został zamordowany przez Niemców w nieznanym czasie i miejscu.

Mark Kac, który był o cztery lub pięć lat młodszy od Schreiera, był na uniwersytecie uczniem Steinhausa. Już jako początkujący student wykazał wyjątkowy talent i uzyskał ważne wyniki, z początku wspólnie ze Steinhausem, w teorii prawdopodobieństwa i teorii szeregów Fouriera. Moje kontakty z Kacem rozwinęły się w czasie mych letnich przyjazdów do Lwowa na krótko przed drugą wojną światową.

Przypominam sobie profesorów innych przedmiotów: chemii, fizyki i innych, którzy uczęszczali do kawiarni lub cukierni i często z nami siadywali. Małachowski, bardzo dowcipny profesor chemii, grał czasami w szachy z Auerbachem i Stożkiem. Był dobrym graczem i czasami irytował się, gdy kibicując kolegom matematykom sugerowałem im pewne ruchy. Filozof Ajdukiewicz przychodził regularnie. Żyliński, o wyglądzie bardziej oficera kawalerii niż profesora uniwersytetu, zjawiał się od czasu do czasu z krótką wizytą. Niektórzy z fizyków zachodzili raczej do cukierni, o najlepszych podobno ciastkach w Polsce, które, według zapewnień właściciela, były codziennie wysyłane samolotem ze Lwowa do Warszawy. W okolicznych kawiarniach skupiali się również pisarze, muzycy i inni. W efekcie, niemal każdy pracownik naukowy uniwersytetu lub politechniki zjawiał się od czasu do czasu w kawiarni.

Wzajemne oddziaływanie między ośrodkiem lwowskim a innymi, a zwłaszcza warszawskim, było żywe. Z Warszawy przyjeżdżali Sierpiński i Mazurkiewicz, podobnie jak Knaster i Tarski, który był przyjacielem i prawie rówieśnikiem Kuratowskiego. W czasie swych wizyt wygłaszali krótkie odczyty na sobotnich posiedzeniach Polskiego Towarzystwa Matematycznego. W 1930 r. Mazurkiewicz spędził we Lwowie cały trymestr, wygłaszając wykłady.

Podobnie jak Knaster w topologii, Mazurkiewicz był mistrzem znajdywania kontrprzykładów w analizie. Ponadto silną stroną Mazurkiewicza były dowody różnych konstrukcji w analizie, czasem bardzo skomplikowanych, lecz zawsze pomysłowych i eleganckich. Od Sierpińskiego pochodził stały, równy i ciągły strumień rezultatów z abstrakcyjnej teorii mnogości i topologii mnogościowej. Chętnie zaznajamiał się z nowymi problemami, rozważając je w sposób poważny i intensywny. Często po powrocie do Warszawy podawał listownie rozwiązania problemów dyskutowanych przez nas na sesjach kawiarnianych. Również kilkakrotnie przyjechał do nas z Wilna Zygmund, który z początku zaliczał się do szkoły warszawskiej.

Mieliśmy również i młodszych gości z Warszawy. Borsuk odwiedził nas kilkakrotnie, przy czym raz przyjechał na dłuższy pobyt. Od pierwszych przyjazdów zaczęła się nasza współpraca. Zaznajomił on mnie z bardziej wizualnymi i namacalnymi postępowaniami i metodami topologii, w wyniku czego ogłosiliśmy szereg prac w czasopismach polskich i zagranicznych. Zdefiniowaliśmy pojęcie homeomorfizmów epsilonowych, transformacji aproksymujących, niezmienników niektórych własności topologicznych względem bardziej ogólnych przekształceń. Gościł również przez jeden trymestr Lichtenstein, profesor uniwersytetu lipskiego, polskiego pochodzenia. Wykładał równania różniczkowo-całkowe i zagadnienia hydrodynamiki.

Hurewicz, jeden z najbardziej pomysłowych topologów, urodzony w Polsce, studiował za granicą. Odwiedził Lwów kilkakrotnie i wygłosił odczyty na posiedzeniach Towarzystwa. Również odwiedziła nas pewna liczba matematyków francuskich — Lebesgue, Borel, Montel i prowadzili dyskusje w czasie naszych posiedzeń.

Von Neumann odwiedził Lwów dwukrotnie. O pierwszej jego wizycie dowiedziałem się jeszcze w gimnazjum od Zawirskiego, swego nauczyciela logiki i filozofii. Von Neumann miał niedużo więcej niż dwadzieścia lat, gdy przybył do Lwowa w 1927 r. na Zjazd Matematyków Polskich. Poprzedzała go sława jego odkryć z podstaw matematyki i teorii mnogości, i przypominam sobie, jak bardzo mi zależało na uczestnictwie w niektórych posiedzeniach Zjazdu. Niestety, w tym czasie przygotowywałem się do matury gimnazjalnej i nie byłem w stanie być obecny podczas dyskusji.

Spotkałem osobiście von Neumanna dopiero w 1935 r. po wymianie korespondencji, gdy osiedlił się on już na stałe w Stanach. Wówczas on i kilku innych matematyków amerykańskich (między innymi Stone, Garret i Birkhoff) przejeżdżali przez Polskę w drodze do Moskwy na Sympozjum Topologiczne. Nasza przyjaźń i współpraca zaczęły się wkrótce potem. W 1938 r. na zaproszenie von Neumanna przybyłem do Institute for Advanced Study w Princeton. W 1938 r. jechaliśmy razem ze Stanów do Europy i zaprosiłem von Neumanna, by ponownie odwiedził Lwów. Spędził kilka dni z naszą grupą, wygłosił odczyt w Towarzystwie i wpisał kilka problemów do Księgi Szkockiej.

Mój osobisty kontakt ze Lwowem trwał nadal po przeniesieniu się do Stanów. W latach 1936, 1937, 1938 i 1939 spędzałem wakacje letnie we Lwowie, za każdym razem po trzy miesiące. Przeważna część matematyków pozostawała w tym czasie w mieście, dzięki czemu kontynuowałem współpracę z Banachem i Mazurem na posiedzeniach kawiarnianych. Raz lub dwa, gdy Banach spędzał wakacje w jakiejś karpackiej miejscowości letniskowej, pojechałem do niego z wizytą. Pisał tam wówczas podręczniki. Wiele godzin spędziliśmy w gospodach wiejskich, kontynuując rozmowy matematyczne.

Ostatni raz widziałem Banacha późnym latem 1939 r. w Kawiarni Szkockiej. Dyskutowaliśmy o możliwości wojny z Niemcami. Mimo ówczesnej sytuacji rozmawialiśmy jeszcze o matematyce i wpisaliśmy kilka problemów do Księgi Szkockiej. Mazur, który był wówczas z nami i był znacznie pewniejszy od nas, że wybuchnie wojna, nagle powiedział do mnie: „Wiele z naszych wspólnych rezultatów nigdy nie opublikowaliśmy; zamierzam schować nasze rękopisy w puszce, którą gdzieś zakopię, np. w pobliżu bramek jakiegoś boiska piłki nożnej. Pan wyjeżdża do Stanów, być może znajdzie je Pan po wojnie, gdy już będzie po wszystkim”.