MATEMATYKA

CZASOPISMO DLA NAUCZYCIELI

2

MARZEC
KWIECIEŃ

ROK XLV 1992
ISSN 0137-8848

KRYSTYNA WUCZYŃSKA
Wrocław

O PODRĘCZNIKACH SZKOLNYCH STEFANA BANACHA

W latach trzydziestych ukazała się seria podręczników szkolnych pisanych przez Stefana Banacha przy współautorstwie Włodzimierza Stożka i Wacława Sierpińskiego. Kilka z nich wznowiono po wojnie. Podręczniki dla szkół powszechnych i gimnazjów były dostosowane do obowiązujących programów nauczania, a swoimi treściami odpowiadają w dużej części dzisiejszemu programowi szkoły podstawowej.

Jakie były podręczniki pisane przez największych polskich matematyków? Jaki sposób nauczania wydawał się autorom najwłaściwszy? Które z matematycznych aktywności uczniów preferowali? Co traktowali w sposób uprzywilejowany?

Pierwszą charakterystyką podręczników, rzucającą się w oczy już przy pobieżnym przejrzeniu, jest łatwość. Spośród innych książek tego okresu wyróżnia je prostota i rzeczowość. Pozbawione są wszelkiej pretensjonalności. Wszystkie rozumowania są zwięzłe, jasne w formie, nie pozostawiają niedomówień ani wątpliwości. Tekstów matematycznych jest mało. W podręcznikach dla niższych klas gimnazjalnych brak wyraźnego wyróżniania zdań typu: definicja, twierdzenie, dowód... Większość pojęć jest wprowadzana przez uogólnienie konkretnego przykładu, twierdzenia mają najczęściej tylko krótkie uzasadnienia. Także w klasach wyższych schemat dedukcyjny nie jest eksponowany, odrzucane jest wszystko, co nie jest bezwzględnie konieczne dla uzyskania poprawnej argumentacji. Cechę tę podkreślały wszystkie współczesne recenzje: *„Wszelkie rozważania teoretyczne traktowane są z wielkim umiarem i ostrożnością"; „Obszerny i trudny program geometrii został przedstawiony w sposób nadzwyczaj przystępny i krótki"; „Doprowadzenie do zrozumienia określenia działań i prawideł ich wykonywania za pomocą rozwiązywania prostych zagadnień praktycznych, wskutek czego rozważania teoretyczne stają się jasne i interesujące".*

Największy ciężar materiału podręcznikowego znajduje się zatem w zadaniach, zwłaszcza, że jak podkreślono w jednej z recenzji *„pomiędzy teorią i zadaniami istnieje zupełna harmonia"*. Zadań jest dużo, dużo jest zadań łatwych, przeważnie kilka lub więcej zadań tego samego typu, ale tych różnych typów zadań jest wystarczająco wiele! Mogą być wykorzystywane we wszystkich dydaktycznych ogniwach procesu nauczania od rachunku pamięciowego, przez nawiązanie do wprowadzenia, utrwalenia i stosowania nauczanych treści. Pozwalają stopniować trudności i indywidualizować nauczanie. Przede wszystkim jest dużo zadań ciekawych. Hugo Steinhaus we wspomnieniach o Stefanie Banachu napisał: *„Miał doskonałe pomysły dydaktyczne. Zwłaszcza przykłady i zadania obmyślane przez niego świadczyły o nowym ujęciu tych, zdawałoby się, już oklepanych tematów!"* ([10], s. 23).

Przejdźmy do przykładów i spróbujmy znaleźć w nich odpowiedź na postawione na wstępie pytania. Zaczniemy od mocno akcentowanego rachunku pamięciowego. Program zalecał: *„Celem osiągnięcia należytej sprawności rachunkowej (a więc zarówno poprawności, jak i pewnej szybkości w rachunku), musi uczeń przerobić znaczną ilość ćwiczeń* *pamięciowych*" ([9], s. 325). Zadania do obliczania w pamięci są we wszystkich podręcznikach, a w arytmetycznych rozdziałach dotyczących działań jest specjalnie wyróżniany: „Rachunek pamięciowy i ułatwienia". Oto niektóre z proponowanych tam ćwiczeń:

(1) Do liczb: 16, 45, 87, 92, 245, 567, 5234, 11127 dodawaj po kolei: 8, 9, 11, 12, 38, 39, 88, 89, 101, 102, 998, 999.

(2) Zegar wskazuje 1 godzinę i 17 min, a spóźnił się 39 min. Jaki jest prawdziwy czas?

(3) Z beczki odlano trzecią część jej zawartości, tj. 66 l. Ile litrów pozostało w beczce?

([2] s. 24—25)

(4) Podziel przez 4 następujące liczby:
a) 12, 28, 36, 48, 56, 64, 84, 92, 400, 800,
b) 15, 23, 38, 46, 50, 63, 74, 94, 105, 630.
Uwaga. Dziel przez 2, a otrzymany iloraz (bez zwracania uwagi na resztę) dziel znowu przez 2.

(5) Podziel przez 5 następujące liczby:
25, 57, 73, 92, 265, 520, 600, 880
Uwaga: Mnóż przez 2, a wynik dziel przez 10.

([2], s. 90—91)

(6) Rozłóż w pamięci następujące liczby na czynniki pierwsze:
6, 8, 12, 18, 24, 26, 27, 36, 150, 180, 210, 600, 1100, 1700.

([5], s. 8)

Podpowiadanie ułatwień, a nie, jak dziś skłonni jesteśmy oczekiwać, znajdowanie ich przez samych uczniów, ma swoje przedłużenie w podawaniu gotowych algorytmów rozwiązywania nawet łatwych zadań. Np.:

(7) Obliczyć dochód od 7648 danych na 8%, a wypożyczonych na 5 lat.
I sposób: Mamy tutaj $K = 7648$, $P = 8$, $L = 5$. Zatem:

$$D = \frac{KPL}{100} = \frac{7648 \cdot 8 \cdot 5}{100} = 3059{,}20$$

Dochód więc wynosi 3059,20 zł.

II sposób: Ponieważ 100 zł za 1 rok przynosi 8 zł, to 1 zł za 1 rok przynosi $\frac{8}{100}$ zł, a 7648 zł za 1 rok przynosi $\frac{8 \cdot 7548}{100}$ zł.

Widzimy, że dochód $= \frac{8 \cdot 7648 \cdot 5}{100}$ zł $= 3059{,}20$ zł.

([5], s. 99).

Mamy następnie długą listę przykładów z poleceniem: „Oblicz dwoma sposobami dochód jaki przynosi..." (O procencie składanym nie ma tu mowy). Rozwiązywanie zadań dwoma i więcej sposobami występuje bardzo często, zwłaszcza przy rozwiązywaniu zadań z treścią. W zadaniach tego typu ważną umiejętnością jest ułożenie tzw. „planu zadania" tj. umieszczenie w jednym zapisie wszystkich koniecznych do rozwiązania działań. Np.:

(8) Z dwóch miast odległych o 840 km wyszły naprzeciw siebie dwa pociągi. Jeden przebyłby całą drogę w 12 godzin, drugi w 15 godzinach. Jaka będzie odległość między pociągami po upływie 4 1/2 godziny?

Odp.: $840-(840:12+840:15)\cdot 4\ 1/2$ kilometrów.

([4], s. 49)

Wśród zadań z treścią dużo dotyczyło praktycznych zastosowań w życiu lub innych naukach. W [5] jest nawet na początku wskazanie, którym z istniejących roczników statystycznych należy się posługiwać przy rozwiązywaniu zadań.

Bardzo dużo zadań służyło ćwiczeniu sprawności i biegłości rachunkowej. To właśnie to niekończące się przekształcanie wzorów, sprawdzanie tożsamości, przedstawianie wyrażeń w prostszej postaci itd. stworzyło istniejącą dziś barierę niechęci do dawnych zestawów zadań.

Jest w końcu dużo zadań zupełnie nietypowych, których podstawowym celem jest wyrabianie wyobraźni matematycznej, wprowadzanie zaciekawienia i humoru, dostarczenie prawdziwej satysfakcji ze znalezienia rozwiązania. Oto kilka przykładów:

A. Kwadraty liczbowe.

(9) Przekonaj się, że podane kwadraty są tzw. kwadratami magicznymi.

1	18	21	22	3
20	14	9	16	6
19	15	13	11	7
2	10	17	12	24
23	8	5	4	25

13	21	19	2	10
4	7	15	23	16
25	18	1	9	12
6	14	22	20	3
17	5	8	11	24

(10) Utwórz kwadrat magiczny wypełniając puste miejsca liczbami od 1 do 6 tak, by suma każdego wiersza, przekątnej i kolumny wynosiła 15.

8		
		7
	9	

([2], s. 26—27)

(11) Przekonaj się na kilku przykładach, że liczba w którejkolwiek kratce (nie na brzegu) pomnożona przez 8 równa się sumie ośmiu liczb otaczających ją:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

([2], s. 67)

B. Gry i zagadki.

(12) Staś zabawiał się z Jasiem następującą grą: Staś podawał jakąś liczbę od 1 do 9. Następnie Jaś liczbę większą od poprzedniej co najwyżej o 9, potem Staś podał znowu większą od poprzedniej co najwyżej o 9 itd. Ten wygrywa, kto pierwszy powie 99.

Spróbuj zagrać w tę grę z kolegą. (Kto grę zaczyna powinien wygrać).

([2], s. 28)

(13) Obierz dowolną liczbę dwucyfrową i utwórz jej kwadrat, następnie zmień porządek cyfr w obranej liczbie i utwórz znowu kwadrat otrzymanej liczby. Różnica obu kwadratów jest podzielna przez 99. Dlaczego?

([16], s. 126).

C. Ciekawostki historyczne.

(14) Napisz liczbę 1 i 2, obok ich sumę, następnie sumę dwóch ostatnich liczb, aż przekroczysz liczbę 100; otrzymane liczby, zwane liczbami Fibonacciego, spotyka się często w przyrodzie, np. liczba płatków w stokrotce.

(15) Wyrażenia podane przez wymienionych matematyków mają tę własność, że po podstawieniu w miejsce x dowolnej z wymienionych liczb całkowitych, otrzymujemy liczbę pierwszą. Napisz kilka takich liczb.

a) wyrażenie Legendre'a: $2x^2+29$ dla liczb od 0 do 29.
b) wyrażenie Eulera: x^2+x+41 dla liczb od 0 do 39.
c) wyrażenie Escotta: $x^2+1601-79x$ dla liczb od 0 do 79.

([5], s. 6)

D. Opowiadania i łamigłówki.

(16) Czarodziej rzekł do skąpca: ile razy przejdziesz przez tę kładkę i wrzucisz do strumyka 4 zł, podwoi ci się gotówka, jaką masz przy sobie. Skąpiec przeszedł 3 razy przez kładkę i został bez pieniędzy; ile pieniędzy miał na początku?

([4], s. 107)

(17) Zegar potrzebuje 6 sekund na wybicie 6 uderzeń; ile potrzebuje czasu na wybicie 12 uderzeń?

([4], s. 199)

We wspomnieniach o Stefanie Banachu, H. Steinhaus napisał: „*Jak o każdej sprawie, miał i o nauczaniu matematyki w szkole średniej swoje zdanie. Uważał, że matematyka jest narzędziem zbyt ostrym dla niedojrzałych chłopców*". ([10], s. 23). Z lektury podręczników wynika, że wybranym przez niego sposobem na łagodzenie tej ostrości, było dostarczanie dużej ilości łatwych i ciekawych zadań.

Zaznaczmy w końcu, że takie ograniczanie rozważań teoretycznych na rzecz rozwiązywania zadań, sprawdza się lepiej w algebrze i arytmetyce. Geometryczne części podręczników, oparte na tej koncepcji, wydają się mniej ciekawe i dlatego, wśród prezentowanych przykładów, pominęliśmy zadania z tego działu.

Bibliografia

[1] S. Banach, W. Sierpiński, W. Stożek, *Arytmetyka i geometria dla V klasy szkoły powszechnej*, Lwów—Warszawa, 1933.
[2] S. Banach, W. Sierpiński, W. Stożek, *Arytmetyka i geometria dla I klasy szkół średnich*, Lwów, 1929.
[3] S. Banach, W. Sierpiński, W. Stożek, *Arytmetyka i geometria dla II klasy szkół średnich*, Lwów, 1930.
[4] S. Banach, W. Sierpiński, W. Stożek, *Arytmetyka i geometria dla III klasy szkół średnich*, Lwów—Warszawa, 1931.
[5] S. Banach, W. Sierpiński, W. Stożek, *Arytmetyka dla I klasy gimnazjalnej*, Lwów—Warszawa, 1933.
[6] S. Banach, W. Stożek, *Algebra dla II klasy gimnazjalnej*, Lwów—Warszawa, 1934.
[7] S. Banach, *Algebra dla III klasy gimnazjalnej*, Lwów—Warszawa, 1935.
[8] S. Banach, *Algebra dla IV klasy gimnazjalnej*, Lwów—Warszawa, 1936.
[9] *Program nauki w gimnazjach państwowych (tymczasowy). Matematyka*, Lwów, 1933.
[10] H. Steinhaus, Stefan Banach, *Matematyka 1*, 1948, s. 20—25.
[11] Recenzje podręczników umieszczane w „*Przeglądzie Pedagogicznym*".