à structure uniforme soumis au groupe d'homéomorphies équicontinues — théorème que Segal (voir Segal [1], théorème 7), qui s'occupait aussi du problème de l'unicité de cette mesure établit plus tard par une autre voie.

Loomis [1] démontra l'existence et l'unicité de toute mesure qui est la même pour les ensembles congruents, en regardant comme ensembles congruents seulement les sphères pleines compactes de rayon égal situées dans les espaces métriques assujettis à la condition supplémentaire que les sphères de rayon égal s'y laissent toujours couvrir par un même nombre de sphères de rayon x quelconque fixé d'avance. La démonstration de Loomis est effective. Cependant, la congruence chez Loomis et celle chez Banach ne sont pas comparables, les axiomes I_1-I_5 de Banach n'entraînant guère la congruence entre les sphères d'un même rayon. Plus encore, à cette époque Banach ne pouvait pas admettre l'hypothèse de ce genre s'il voulait appliquer son théorème aux groupes. L'admission de cette hypothèse pour les groupes topologiques avec congruence définie par les translations ne devint possible que lors de la publication en 1936 du théorème de Kakutani [1] sur l'existence d'une mesure invariante.

A. Goetz

— et S. Mazur, *Über mehrdeutige stetige Abbildungen*, Studia Mathematica 5 (1934), p. 174-178*.

L'étude des homéomorphies locales prit naissance dans la théorie des surfaces de Riemann des fonctions analytiques et, plus généralement (voir Weyl [1], p. 47), dans celle des surfaces couvrantes („Überlagerungsflächen"). Lorsque, X et Y étant des espaces topologiques, X est pour Y un espace couvrant, il existe une homéomorphie locale $f: X \to Y$. Un des problèmes de cette théorie et celui des conditions pour que la surface couvrante soit unifoliée („einblättrig") ou, en d'autres termes, pour que l'homéomorphie locale f soit une homéomorphie tout court. Le théorème 2 du travail commenté apporte de telles conditions.

Dans le même ordre d'idées, quatre théorèmes suivants furent connus au moment de la publication de ce travail:

Théorème de Carathéodory et Rademacher ([1], Satz II). Soit f une fonction transformant une région plane X simplement connexe en une région plane Y d'une manière continue, localement biunivoque et

* Voir p. 246.

telle que les ensembles isolés se transforment en ensembles isolés. Alors la fonction f est biunivoque dans X tout entier et la région Y est aussi simplement connexe.

Théorème de Stoïlov ([1], § 2, § 3 p. 231 et § 6 p. 234). Soient X et Y des espaces topologiques connexes par arcs, Y étant en outre tel que toute courbe simple fermée s'y laisse déformer d'une façon continue en un point. Alors toute fonction f transformant X en Y d'une manière continue, localement biunivoque et telle que les ensembles isolés se trouvent transformés par f en ensembles isolés (hypothèse qui se laisse affaiblir pour X et Y métriques; voir loco cit. 2°) est une homéomorphie.

Théorème de H. Cartan ([1], p. 89, corollaire du théorème I; les définitions *ibidem*). Soit T une transformation localement topologique dans un domaine D et qui le transforme en un domaine intérieur à un domaine simplement connexe Δ. Si T ne possède aucun chemin de détermination, elle est une transformation biunivoque de D en Δ.

Théorème d'Eilenberg ([1], p. 42, théorème III). Toute transformation localement homéomorphe f d'un continu connexe par arcs X en un continu Y dont le groupe fondamental disparaît est une homéomorphie.

Le théorème 2 du travail commenté se distingue de ces résultats par la simplicité de la manière dont il est formulé et par la généralité des hypothèses. L'hypothèse (α) équivaut à la connexité par arcs (voir Kuratowski [6], p. 182) et l'hypothèse (β) coïncide pour les espaces connexes par arcs à l'évanouissement de leur groupe fondamental, propriété dite aussi leur connexité simple (voir Pontryagin [1], p. 346).

A la même série de théorèmes se rattachent ceux, bien plus précoces, de Kérékjartó [1] (p. 313, Satz III et p. 317, Satz VI) dans lesquels le théorème précité de Carathéodory et Rademacher fut généralisé aux fonctions plurivoques à plurivocité finie.

Le théorème 1 du travail commenté joue le rôle d'un lemme et peut être regardé comme un théorème sur les sélecteurs continus. F étant une fonction plurivoque définie dans un espace topologique X, on en appelle *sélecteur continu* toute fonction f continue et telle que $f(x) \in F(x)$ pour tout $x \in X$ et on entend d'habitude par la continuité de $F(x)$ l'existence, pour toute suite de points $x_n \in X$.

C'est la théorie des espaces fibrés (voir par exemple Steenrod [1]) qui est la branche de la topologie consacrée à une étude méthodique de l'existence des sélecteurs continus. Des recherches plus générales furent abordées par Michael [1].

J. Mioduszewski