

# T R E Ś Ć .

## W S T Ę P.

	Str.
Niektóre twierdzenia z teorii całki Lebesgue'a. [§ 1] . . . . .	1
Nierówności dla funkcyj całkowalnych z p-tą potęgą. [§ 2]. . . . .	2
Zbieżność asymptotyczna. [§ 3] . . . . .	3
Zbieżność przeciętna. [§ 4]. . . . .	4
Całka Stieltjesa. [§ 5]. . . . .	4

## ROZDZIAŁ I.

### **Zbiory i operacje mierzalne ( $B$ ) w przestrzeniach metrycznych.**

Elementy teorii przestrzeni metrycznych. [§§ 1—4] . . . . .	9
Zbiory mierzalne ( $B$ ) i warunek Baire'a. [§ 5] . . . . .	17
Operacje mierzalne ( $B$ ) i warunek Baire'a. [§§ 6—7] . . . . .	18
Związek między zbiorami i operacjami mierzalnymi ( $B$ ). Wnioski. [§ 8] . . . . .	22

## ROZDZIAŁ II.

### **Ogólne przestrzenie wektorjalne.**

Określenie przestrzeni wektorjalnych. [§ 1]. . . . .	25
Rozszerzanie funkcjonałów addytywnych i jednorodnych. [§ 2] . . . . .	26
Różne zastosowania; uogólnienia pojęcia miary, całki i granicy. [§ 3] . . . . .	28

## ROZDZIAŁ IIIA.

### **O przestrzeniach typu ( $F$ ).**

Określenie przestrzeni ( $F$ ). [§ 1]. . . . .	33
Przestrzenie wektorjalne mierzalne ( $B$ ). [§ 2] . . . . .	36
Operacje addytywne mierzalne ( $B$ ). Pierwsze twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości i odwracanie operacyj linjowych. [§ 3] . . . . .	38

ROZDZIAŁ III B.

**O przestrzeniach typu (F).**

(Ciąg dalszy).

O pewnej relacji równoważności w przestrzeniach (F). [§ 1] . . . . .	47
Istnienie funkcji ciągłych bez pochodnej. [§ 2] . . . . .	49
Ciągłość rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych względem obciążenia. [§ 3] . . . . .	51
Przykład pewnej klasy przestrzeni typu (F). [§ 4] . . . . .	53
Układy równań linjowych o nieskończenie wielu niewiadomych. [§ 5] . . . . .	55
Teoria przestrzeni (s) oraz (σ). Zastosowania przy badaniu układów równań linjowych o nieskończenie wielu niewiadomych. [§ 6] . . . . .	58
Izomorfizm i równoważność przestrzeni (F). [§ 7] . . . . .	66

ROZDZIAŁ IV A.

**Przestrzenie unormowane.**

Określenie przestrzeni wektorjalnych unormowanych. [§ 1] . . . . .	68
Własność charakterystyczna i rozszerzanie funkcjonałów linjowych. [§ 2] . . . . .	69
Istnienie funkcjonałów linjowych ortogonalnych do danej przestrzeni wektor- jalnej. [§ 3] . . . . .	73
Postać ogólna funkcjonałów linjowych w przestrzeniach (C), ( $L^{(r)}$ ), (c), ( $l^{(r)}$ ). [§ 4] . . . . .	75

ROZDZIAŁ IV B.

**Przestrzenie unormowane.**

(Ciąg dalszy).

O ciągach funkcji zamkniętych i zupełnych w ( $L^{(r)}$ ) oraz (C). [§ 1] . . . . .	89
Przybliżanie elementów zapomocą kombinacji linjowych elementów danego zbioru w ( $L^{(r)}$ ) oraz (C). [§ 2] . . . . .	90
Warunki charakterystyczne istnienia rozwiązań pewnych systemów równań linjowych o nieskończenie wielu niewiadomych. [§ 3] . . . . .	91
Problem momentów w przestrzeniach ( $L^{(r)}$ ) oraz (C). [§ 4] . . . . .	93

ROZDZIAŁ V A.

**Przestrzenie typu (B).**

Operacje linjowe w przestrzeniach (B). Drugie twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości. [§ 1] . . . . .	96
Przykłady operacji linjowych w pewnych przestrzeniach (B). [§ 2] . . . . .	100

ROZDZIAŁ V B.

**Przestrzenie typu (B).**

(Ciąg dalszy).

Pewna własność charakterystyczna funkcji całkownalnych z p-tą potęgą. [§ 1] . . . . .	106
Pewna własność charakterystyczna szeregów zbieżnych z p-tą potęgą. [§ 2] . . . . .	107

Zastosowania twierdzeń o zagęszczaniu osobliwości. [§ 3] . . . . .	109
Kilka twierdzeń o metodach sumowalności. Własności charakterystyczne metod zachowawczych. Metody doskonałe. [§ 4] . . . . .	110

ROZDZIAŁ VI A.

**Operacje pełnościągłe i stowarzyszone. Ciągi biortogonalne.**

Określenie operacyj pełnościągłych. Podstawowe własności. [§ 1] . . . . .	118
Przykłady operacyj linjowych pełnościągłych w poszczególnych przestrzeniach. [§ 2] . . . . .	120
Operacje sprzężone. Operacje sprzężone pełnościągłe. [§ 3] . . . . .	123
Operacje sprzężone w poszczególnych przestrzeniach. [§ 4] . . . . .	126
Pewien warunek ograniczoności według normy ciągu elementów. [§ 5]. . . . .	130
Określenie ciągów biortogonalnych; kilka własności. [§ 6] . . . . .	131

ROZDZIAŁ VI B.

**Operacje pełnościągłe i stowarzyszone. Ciągi biortogonalne.**

(Ciąg dalszy).

Ciągi biortogonalne w przestrzeniach ( $L^{(r)}$ ). [§ § 1 — 2] . . . . .	135
Istnienie ciągów biortogonalnych pełnych w przestrzeniach osrodkowych. [§ 3] . . . . .	138
Baza w przestrzeniach ( $B$ ). [§ 4] . . . . .	139
Kilka zastosowań do teorii rozwinięć ortogonalnych. [§ § 5 — 6]. . . . .	141

ROZDZIAŁ VII A.

**Ciągi słabo zbieżne.**

Słaba zbieżność ciągu elementów. Własności charakterystyczne. [§ 1] . . . . .	145
Ciągi elementów słabo zbieżne w przestrzeniach ( $C$ ), ( $L^{(r)}$ ), ( $c$ ), ( $l^{(r)}$ ). [§ 2] . . . . .	146

ROZDZIAŁ VII B.

**Ciągi słabo zbieżne.**

(Ciąg dalszy).

Związek między słabą oraz silną zbieżnością w przestrzeniach ( $L^{(r)}$ ), ( $l^{(r)}$ ). [§ 1] . . . . .	159
Słaba zupełność przestrzeni ( $L^{(r)}$ ), ( $l^{(r)}$ ). [§ 2] . . . . .	160
Pewne własności ciągów elementów słabo zbieżnych. [§ 3] . . . . .	164

ROZDZIAŁ VIII A.

**Funkcjonały linjowe w przestrzeniach ( $B$ ).**

Funkcjonały graniczne ciągów pozaskończonych funkcyjonałów linjowych. Przestrzenie wektorjalne funkcyjonałów linjowych słabo zamknięte. Istnienie elementów ortogonalnych do danej przestrzeni wektorjalnej funkcyjonałów linjowych . . . . .	166
---	-----

ROZDZIAŁ VIII B.

**Funkcjonały linjowe w przestrzeniach ( $B$ ).**

(Ciąg dalszy).

Przykłady przestrzeni ( $B$ ) ośrodkowych. [§ 1] . . . . .	174
Słaba zbieżność ciągów funkcyjonałów linjowych w przestrzeniach ( $L^{(r)}$ ). [§ 2].	174
Słaba zwartość zbiorów ograniczonych w przestrzeniach ( $L^{(r)}$ ), ( $l^{(r)}$ ). [§ 3] . . . . .	177
Uwaga o ciągach funkcyjonałów linjowych słabo zbieżnych. [§ 4] . . . . .	178
Związki między daną przestrzenią i przestrzenią z nią sprzężoną. [§ 5] . . . . .	178
Własności izomorficzne. [§ 6]. . . . .	182

ROZDZIAŁ IX A.

**Równania funkcyjonałne linjowe.**

Związki między daną operacją linjową i operacją z nią sprzężoną. [§ 1] . . . . .	184
Teoria Riesz a równań linjowych pełnociągłych. [§ 2] . . . . .	190
Wartości regularne i właściwe równań linjowych. [§ 3] . . . . .	199
Uogólnienie twierdzeń Fredholma w teorii równań linjowych pełnociągłych. [§ 4] . . . . .	202

ROZDZIAŁ IX B.

**Równania funkcyjonałne linjowe.**

(Ciąg dalszy).

Równania całkowe Fredholma. [§ 1] . . . . .	205
Równania całkowe Volterry. [§ 2] . . . . .	206
Równania całkowe symetryczne. [§ 3]. . . . .	207

ROZDZIAŁ X.

**Przestrzenie typu ( $G$ ).**

Określenie przestrzeni ( $G$ ). [§ 1] . . . . .	213
Operacje moltiplikatywne mierzalne ( $B$ ). [§ 2] . . . . .	214
Podgrupy mierzalne ( $B$ ). Pierwsze twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości. [§ 3] . . . . .	216
UWAGI . . . . .	220
SKOROWIDZ TERMINÓW . . . . .	229
ERRATA . . . . .	231
TREŚĆ . . . . .	233

---

---