

SIERGIEJ MICHAJŁOWICZ NIKOLSKI* (Moskwa)

Wspomnienie o Stefanie Banachu**

Książka Banacha. Do Moskwy przybyłem z Dniotropietrowska, na początku 1934 roku, aby przygotować rozprawę habilitacyjną, której miałem bronić w Uniwersytecie Moskiewskim. Wykształcenie matematyczne zdobyłem na prowincji, w Uniwersytecie Dniotropietrowskim, tam też pracowałem przez trzy lata jako wykładowca. Moim nauczycielem i opiekunem naukowym był Andriej Nikolajewicz Kołmogorow, który przyjeżdżał w tamtych latach do Dniepropietrowska z wykładami.

Omawiając literaturę, z którą powinienem się zapoznać, Kołmogorow dodał: *Jest jeszcze znakomita książka polskiego matematyka Stefana Banacha. Byłoby bardzo wskazane, żeby Pan się z nią zapoznał, ale jest pewien kłopot. W Moskwie są tylko dwa egzemplarze tej książki.* (Mowa była o warszawskim wydaniu z 1932 roku francuskiej wersji *Teorii operacji liniowych*). *Jeden egzemplarz mam ja, ale nie mogę Panu pożyczyć, gdyż jest mi stale potrzebny. Drugi jest własnością Prof. Plesnera, który przekazał książkę Banacha do czytelni Instytutu Matematycznego. Żeby jednak korzystać z tej książki, trzeba się dostać na specjalną listę. Proszę się postarać, aby Pana na tę listę wpisano.*

W owym czasie pracowałem w czytelni od rana do nocy. Zaobserwowałem moment, w którym książki Banacha nikt nie czytał i zapoznałem się z nią. Zainteresowała mnie tak bardzo, że przez kilka miesięcy intensywnie ją studiowałem zawsze wtedy, gdy nikt z uprawnionych przez Plesnera po nią nie sięgał.

Przestrzenie Banacha mają duży krąg zastosowań i są podstawą współczesnej analizy matematycznej.

Własne badania zacząłem od przestudiowania i zrozumienia równania liniowego

$$x - \tau Ax = y$$

* Członek rzeczywisty Rosyjskiej Akademii Nauk, członek zagraniczny PAN, przewodniczący Rady Naukowej Międzynarodowego Centrum Matematycznego imienia Stefana Banacha w Warszawie.

** Przedruk, z nieznacznymi skrótami, z *Nauki Polskiej* nr 3 (1992), 101–105.

w przestrzeni nieskończenie wymiarowej. Teorię Banacha tego równania w przestrzeni B (Banacha) dla pełnociągłego operatora liniowego A przeniosłem na niektóre bardziej ogólne przypadki. Teoria Banacha stanowi uogólnienie znanej teorii F. Riesz (1918) dla przypadku przestrzeni C funkcji ciągłych.

Postawiłem sobie podobne pytanie polegające na uogólnieniu na przestrzeń Banacha teorii Radona znanej także dla przestrzeni C . W przypadku przestrzeni z bazą udało mi się to zrobić natychmiast. Odpowiednie rezultaty zostały włączone do mojej rozprawy kandydackiej. Gdy nie istnieje baza w danej przestrzeni, sprawa jest trudniejsza. Trudności te pokonałem później, w roku 1940. Wyniki można było opublikować dopiero w roku 1943, pod koniec wojny.

W przypadku przestrzeni Banacha z bazą łatwo jest udowodnić, że określony w niej pełnociągły operator liniowy A daje się przybliżać z dowolną dokładnością operatorami skończenie wymiarowymi K . Wynika stąd w sposób oczywisty, że jeśli dla dowolnej wartości τ ma miejsce równość $E - \tau A = B + V$, gdzie B jest odwracalnym operatorem liniowym, a V operatorem pełnociągłym, to zachodzi także równość $E - \tau A = B^* + K$, gdzie B^* jest odwracalnym, a K jest skończenie wymiarowym operatorem liniowym.

Równość

$$(1) \quad B + V = B^* + K$$

udało mi się udowodnić bez konieczności robienia założenia, że operator V aproksymuje się operatorami skończenie wymiarowymi, a w szczególności bez założenia, że przestrzeń posiada bazę.

Obecnie wiadomo, wobec rezultatów matematyka szwedzkiego P. Enflo (1972), że równość (1) nie daje się wyprowadzić z własności aproksymacji operatorami skończenie wymiarowymi, ponieważ istnieją ośrodkowe przestrzenie Banacha, które takiej własności aproksymacji nie mają.

Studując książkę Banacha i pracując nad opisywanymi wyżej problemami, zacząłem uczestniczyć w seminarium prowadzonym przez A. I. Plesnera i L. A. Lusternika. W seminarium tym uczestniczył także zupełnie jeszcze wówczas młody I. M. Gelfand. Książka Banacha była w centrum zainteresowania tego seminarium. Wkrótce po moim przyjeździe do Moskwy zakończono systematyczne studiowanie tej książki, której poszczególne rozdziały szczegółowo omawiano na kolejnych posiedzeniach seminarium.

Książka Banacha napisana była jasno i precyzyjnie. Zawarto w niej tylko teorię przestrzeni Banacha, ale także ogólniejszych przestrzeni (G, F, \dots). Aby uzyskać większą zwięzłość i zwartość wykładu, autor zaczyna od tych bardziej ogólnych przestrzeni. Zwięzłość uzyskano, jednakże dla tych licznych czytelników, którzy pragną się zaznajomić z przestrzeniami Banacha i tylko z nimi, taki wykład może się wydawać niepotrzebnie zbyt

trudny. Dowody wielu twierdzeń znacznie się upraszczają, gdy są przeprowadzane tylko dla przestrzeni Banacha. Na seminarium opracowano szereg takich uproszczeń. Przykładem może być tu sposób dowodzenia przez Plewnera twierdzenia o ciągach operatorów liniowych o nieograniczonych normach. Później, w latach sześćdziesiątych, zaczęły się pojawiać nowe publikacje monograficzne oparte na podstawie krytycznych studiów olbrzymiego materiału zawartego w monografii Banacha oraz dalszego rozwoju zawartej w niej teorii. W rosyjskiej literaturze matematycznej, to przede wszystkim książka L. A. Lusternika i W. S. Sobolewa (1965), oraz książka N. I. Achizera *Teoria operatorów liniowych w przestrzeniach Hilberta* (1966). Książki te zostały przetłumaczone na inne języki. W roku 1948 książkę Banacha przetłumaczono na język ukraiński.

Należy zauważyć, że przestrzenie Banacha są nadal wnikliwie badane przez matematyków całego świata. Są w tej teorii bardzo ciekawe i bardzo trudne hipotezy. Niekiedy rozstrzygająca odpowiedź jest nie taka, jakiej się spodziewano. Konstruowane przy takiej okazji przykłady dotyczą bardzo konkretnych i ważnych dla analizy przestrzeni. W ten sposób poznajemy istotne i nowe własności tych przestrzeni. Tak było na przykład w przypadku tzw. problemu bazy postawionego zresztą przez samego Banacha. Sprawdzają się on do pytania: czy w każdej przestrzeni ośrodkowej Banacha istnieje baza? Z problemem tym jest ściśle związane logicznie trudniejsze zagadnienie aproksymacji: czy każdy operator pełnociągły można aproksymować z dowolną dokładnością operatorami skończenie wymiarowymi?

Długo myślano, że oba te problemy mają pozytywne rozwiązanie. Także i ja tak myślałem, gdy zajmowałem się nimi w latach 1934-35. Kołmogorow wiedział o tych moich poszukiwaniach i przez wiele lat, jako redaktor działu matematycznego *Dokładów Akademii*, przysyłał mi do zaopiniowania wiele maszynopisów, zgłaszanych do druku w *Dokładach*, zawierających rzekomo pozytywne rozwiązanie jednego z tych problemów. Rozwiązania te okazywały się błędne. Dopiero szwedzki matematyk Per Enflo w latach siedemdziesiątych pokazał, że odpowiedź jest nie taka, jakiej oczekiwano. Skonstruował on podprzestrzeń przestrzeni $l^{(p)}$ nie posiadającą bazy oraz udowodnił, że na tej podprzestrzeni można zdefiniować operator pełnociągły, który nie da się przybliżać operatorami skończenie wymiarowymi. Sama przestrzeń $l^{(p)}$ bazę posiada ¹.

W zakładzie teorii funkcji Instytutu Matematycznego Rosyjskiej AN, którym przez wiele lat kierowałem, prowadzone są badania dotyczące prze-

¹ (Przyp. Red. *Nauki Polskiej*) Stanisław Mazur zapisał w słynnej Księdze Szkockiej pod numerem 153 pewien problem równoważny wspomnianemu przez autora problemowi aproksymacji. Za rozwiązanie tego problemu wyznaczył nagrodę: żywą gęś. Tak więc Enflo rozwiązał także problem Mazura i w parę lat później odebrał nagrodę z rąk fundatora w Warszawie.

strzeni Banacha i rozwiązuje się problemy liniowe, a także nieliniowe, formułowane w terminach teorii przestrzeni Banacha (S. W. Boczkarjow, W. A. Ilin, B. S. Kaszyn, S. M. Pochożajew, S. B. Steczkin).

Moje spotkania z Banachem. Obecnie pokrótce opowiem o moich osobistych kontaktach ze Stefanem Banachem. Poznaliśmy się w 1945 roku, na niecały rok przed jego śmiercią.

Na przelomie stycznia i lutego 1945 roku, Banach przyjechał do Moskwy ze Lwowa na zaproszenie Akademii Nauk ZSRR. Mieszkał wtedy, wraz z żoną, w małym hoteliku "Kotwica" przy ulicy Gorkiego (obecnie ulica Twerska).

Byłem mu przedstawiony, widywaliśmy się przy różnych okazjach, wymienialiśmy ukłony, ale nie miałem sposobności prowadzić z nim dyskusji czy słuchać jego wykładów, które zapewne wygłaszał wtedy w Moskwie. W czasie tego pobytu kontaktował się przede wszystkim z matematykami starszego pokolenia (w owym czasie zaliczałem się do młodszego grona). Szczególnie bliskie i przyjacielskie stosunki łączyły go z akademikami I. M. Winogradowem i M. A. Ławrientiewem. Banach często bywał w domu Winogradowa i przy tych okazjach gromadzili się tam inni matematycy.

Związki Banacha z moskiewskimi i kijowskimi matematykami, w istocie przyjacielskie, datowały się jeszcze od roku 1939, z czasów gdy Lwów został włączony do Ukrainy. W tamtym okresie Banach bywał z wykładami w Moskwie, Kijowie i w Tbilisi. Rozważano wówczas wybór Banacha w poczet członków Ukraińskiej Akademii Nauk, a być może także A. N. ZSSR, jednakże wtargnięcie niemieckich okupantów na Ukrainę przerwało te zamierzenia.

Lwów został wyzwolony w 1944 roku i w roku akademickim 1944/45 matematycy polscy pracowali w uniwersytecie ukraińskim. Stefan Banach był dziekanem wydziału fizyczno-matematycznego i jednocześnie wykładał. Mój były student z uniwersytetu w Dniepropietrowsku, fizyk, w owym czasie zastępca dziekana tego wydziału (drugim prodziekanem był profesor Miron Zarycki²), opowiadał mi, że regularnie co tydzień odbywało się na Uniwersytecie Lwowskim seminarium matematyczne prowadzone osobiście przez Banacha. Tak więc przez cały rok akademicki 1944/45 Banach aktywnie pracował naukowo, ale pod koniec tego okresu nieubłaganie nadciągała nieuleczalna choroba.

Tak się jednak złożyło, że miałem sposobność bezpośredniego spotkania z tym wielkim matematykiem, choć była to już chwila dramatyczna.

² M. Zarycki, student Sierpińskiego, członek Polskiego Towarzystwa Matematycznego, w okresie międzywojennym uczył w gimnazjum, od 1939 roku profesor Uniwersytetu Lwowskiego.

Tuż po ogłoszeniu w dniu 9 maja 1945 roku zwycięskiego zakończenia wojny, zaczęto przygotowywać wyjazd polskich uczonych z Uniwersytetu Lwowskiego na zachód. Władze ukraińskie starały się zapelnąć zwalniane miejsca uczonymi radzieckimi. Tak się złożyło, a byłem już wtedy profesorem, że wraz z Borysem Władimirowiczem Gniedenko, świeżo wybranym członkiem korespondentem Ukraińskiej Akademii Nauk, zjawiłem się w sierpniu 1945 roku we Lwowie na rozmowy w sprawie zatrudnienia. Dla polskich matematyków były to ostatnie dni pobytu we Lwowie wypełnione przygotowaniem do wyjazdu. Jedynie Banach nie mógł już tego robić. Straszliwa choroba chwyciła go za gardło. Jednakże skądś dowiedział się o naszym przyjeździe do Lwowa i zapragnął nas zobaczyć nie zważając na stan zdrowia, w jakim się znajdował.

Przybyliśmy o umówionej porze do jego mieszkania, gdzie powitała nas najpierw pani Banachowa. Powiedziała nam, że mężowi pozostał najwyżej miesiąc życia, ale on nie zdaje sobie z tego sprawy, że chciał z nami porozmawiać oraz że powinniśmy rozmowę zakończyć i pożegnać się, gdy tylko da odpowiedni sygnał.

Stefan Banach oczekiwał nas siedząc przy stole, na którym były przygotowane cztery filiżanki kawy. Rozpytywał nas o swoich moskiewskich przyjaciół, wyrażał nadzieję, że poczuje się lepiej i będzie mógł powrócić do pracy. Po znaku danym przez panią Banachową zaczęliśmy się żegnać, już na zawsze. Także z panią Banachową. Nigdy jej potem nie spotkałem.

Przed naszym wyjściem, pani Banachowa pokazała nam mieszkanie, okazałe i dobrze urządzone, w sąsiedztwie egzotycznego parku. Mieszkanie to przydzieliły im władze lwowskie.

Borys Gniedenko pozostał we Lwowie, aby tu pracować, ja wróciłem do Moskwy. Po miesiącu Stefan Banach zmarł. A ja otrzymałem nominację na stanowisko kierownika katedry Analizy Matematycznej, które dotychczas piastował Banach. Tak się jednak ułożyło, że z Moskwy nie wyjechałem.

Centrum Banacha. Obecnie chciałbym poświęcić kilka słów placówce noszącej imię Stefana Banacha, z którą jestem związany już ponad dwadzieścia lat. Mam na myśli Międzynarodowe Centrum Matematyczne imienia Stefana Banacha w Warszawie. Wraz z członkiem korespondentem Rosyjskiej Akademii Nauk S. W. Jabłońskim jesteśmy w Radzie Naukowej Centrum od pierwszego dnia jego istnienia.

Centrum powstało w 1972 roku z inicjatywy Polskiej Akademii Nauk podjętej i popartej przez Akademię Bułgarii, Czechosłowacji, NRD, Rumunii, Węgier i Związku Radzieckiego. Później do umowy przyłączyły się Kuba, Korea Północna i Wietnam.

W sensie organizacyjnym Centrum jest częścią Instytutu Matematycznego PAN. Przy Centrum działa Rada Naukowa złożona z przedstawicieli akademii sygnatariuszy umowy, po dwóch z każdej. Pierwszym przewodniczącym Rady był członek Bułgarskiej Akademii Nauk Lubomir Iliew, który

pełnił tę funkcję przez pierwsze pięć lat. Następnymi przewodniczącymi byli w kolejności: Akos Császár z Węgier, Klaus Matthes z Niemiec, Kazimierz Urbanik z Polski, Romulus Cristescu z Rumunii oraz piszący te słowa. Centralną jednak postacią Centrum jest jego organizator i dotychczasowy jego dyrektor, członek Polskiej Akademii Nauk, Czesław Olech³. Szczęśliwą okolicznością dla Centrum było to, że od początku kierował nim człowiek o bogatej osobowości, wybitny matematyk, wyróżniający się organizator nauki w skali międzynarodowej. W trudnych warunkach, w jakich znajdowały się cały czas nasze kraje, Czesławowi Olechowi udało się zapewnić dobre podstawy dla rozwoju Centrum Banacha. Dzisiaj Centrum jest już instytucją naukową wysokiej międzynarodowej rangi, a jego wkład w rozwój nauk matematycznych można prześledzić na wydawanej przez Instytut Matematyczny PAN serii *Banach Center Publications*, która zawiera już dwadzieścia kilka tomów.

³ Profesor Czesław Olech był dyrektorem Centrum do 30 czerwca 1993 r.