Sur les ensembles de points où la dérivée est infinie, Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Paris, 173 (1921), p. 457-459*.

Ce travail contient une simple démonstration de la généralisation du théorème important de la théorie des fonctions d'une variable réelle d'après lequel l'ensemble des points où la dérivée unilatérale est infinie est de mesure nulle. La généralisation en question porte sur les fonctions arbitraires (même sans l'hypothèse de leur mesurabilité); elle est donc la plus vaste possible. Banach réduisit le problème à son analogue sur les fonctions monotones et commit une erreur, d'ailleurs sans importance essentielle: la fonction définie comme borne supérieure d'une autre fonction sur le segment $[a, x]$ avec x variable doit y être définie comme sa borne inférieure sur le segment $[x, b]$.

Plus tard, Saks [1] démontra un théorème embrassant celui de Banach et généralisant à la fois aux fonctions arbitraires les théorèmes de Denjoy [1] et de G. C. Young [1].

Z. Zahorski

Sur les fonctions dérivées des fonctions mesurables, Fundamenta Mathematicae 3 (1922), p. 128-132**.

C'est un travail sur les propriétés fondamentales des dérivées de Dini et qui décida de la direction des recherches ultérieures sur les propriétés des dérivées. Le théorème d'après lequel les dérivées de Dini des fonctions de classe α de Baire sont de classe $\alpha+2$ fut complété d'une manière essentielle par Zahorski, qui démontra en 1942 que la dérivée supérieure d'une fonction quelconque, même non-mesurable, est de classe 2. Ce résultat fait partie de son travail d'agrégation de 1947 (non publié). Le même résultat fut trouvé aussi par Hájek (voir Hájek [1]); le problème posé par lui, à savoir si la classe de la dérivée supérieure se laisse abaisser pour les fonctions continues, fut résolu négativement par Staniszewska (voir Staniszewska [1]): il existe des fonctions satisfaisant même à la condition de Lipschitz et dont ni la dérivée supérieure, ni inférieure n'est une fonction de classe 1.

Z. Zahorski

---

* Voir p. 49.

** Voir p. 58.