An example of an orthogonal development whose sum is everywhere different from the developed function, Proceedings of the London Mathematical Society 2 (21) (1922), p. 95-97*.

C'est un simple exemple d'une singularité intéressante, basé sur l'existence d'un système orthogonal, normal et complet dans L^2, mais incomplet dans L^1. En ajoutant des constantes convenablement choisies aux fonctions $\sin x$ et $\cos x$, une fonction intégrable positive arbitraire étant donnée, on obtient un système dans lequel tous les coefficients du développement de cette fonction sont nuls. En orthogonalisant ce système, on parvient au système requis, composé de certains polynômes trigonométriques.

Le développement ultérieur du problème conduisit à un résultat plus général, connu sous le nom du théorème de Banach et Fichtenholz (voir Fichtenholz [2] et Saks [4], p. 174-178). D'après ce théorème, quelle que soit la fonction f intégrable dans un ensemble E mesurable et situé dans l'espace euclidien à k dimensions, il existe un système de fonctions continues φ_n, orthogonal dans E et tel que toute fonction orthogonale à toutes les fonctions φ_n est de la forme $c\cdot f$) où c est une constante. Par un choix convenable de la fonction f, ce théorème permet de former des systèmes orthogonaux qui sont complets dans certaines classes choisies de fonctions sans l'être dans des classes plus vastes contenant la fonction f. La démonstration procède par une construction plus générale du système de fonctions φ_n.

On trouve des généralisations directes de l'idée de Banach dans les travaux d'Orlicz [1] et [2]. Dans le second de ces travaux, l'auteur déduit du théorème de Banach une conséquence d'après laquelle, dans tout espace fonctionnel X assujetti à certaines conditions, il existe un tel système orthonormal que le développement d'une certaine fonction $f\in X$ suivant ce système diverge presque partout. Cela met en relief le rôle que le travail de Banach joue dans divers domaines de la théorie des séries orthogonales, même si éloignés en apparence que celui des problèmes concernant la convergence presque partout de ces séries.

Z. Zahorski

Sur le problème de la mesure, Fundamenta Mathematicae 4, (1923), p. 7-33**.

Ce travail apporta la célèbre solution du problème de la mesure simplement additive et invariante sur la droite et sur le

---

* Voir p. 63.
** Voir p. 66.