Sur un théorème de M. Sierpiński, Fundamenta Mathematicae 25 (1935), p. 5 et 6*.

Ce travail contient une démonstration simplifiée d'un théorème de Sierpiński sur les superpositions de fonctions (voir Sierpiński [11]).

Les résultats ultérieurs sur ce sujet sont dus à Sierpiński [17] qui démontra que toute fonction de plusieurs variables $f(x_1, \ldots, x_n)$ est représentable par superposition d'un nombre fini, soit k, de fonctions de deux variables $\varphi_i(x_{l_i}, x_{m_i})$ où $i = 1, \ldots, k$, $l_i = 1, \ldots, n$ et $m_i = 1, \ldots, n$.

Plus récent est le théorème de Łoś (voir Łoś [1]) d'après lequel pour toute suite de fonctions $f_n(x_1, x_2, \ldots, x_{k_n})$ où le nombre total de variables n'est pas supposé fini, il existe une fonction φ de deux variables telle que chacune des fonctions f_n est une superposition de fonctions de la forme $\varphi(x_{i_1}, x_{i_2})$.

S. Hartman et *W. Nitka*

The Lebesgue integral in abstract spaces, annexe du livre [6] de Saks**.

L'idée de construire l'intégrale du type de celle de Lebesgue sans introduire au préalable la notion de mesure d'ensemble est relativement précoce (voir par exemple Bourbaki [1], note historique). Banach n'était pas le premier à déduire la notion de mesure de celle d'intégrale et non pas la notion d'intégrale de celle de mesure. Son travail qui est l'objet de ce commentaire diffère d'ailleurs de l'oeuvre capitale de Lebesgue non seulement par la méthode, mais aussi par le degré de la généralité (ce qui est exprimé déjà dans le titre). A cet égard, Banach ne prétendait pas à la priorité, comme le montrent les renvois du débuts relatifs aux pages du livre de Saks (dont le travail en question de Banach est une annexe) sur lesquelles on trouve les noms des auteurs et les renvois à la bibliographie de leurs publications recueillie à la fin du livre. Pour les plus importantes de ces publications et qui se rattachent plus étroitement à ce commentaire, voir Daniell [1], Hahn [3], Nikodym [1] et Radon [1].

Quant à la construction de l'intégrale ne s'appuyant pas sur la théorie de la mesure, Banach ne fait aucune mention des idées antérieures. On peut donc en conclure qu'il les ignorait. Une autre preuve que Banach n'était pas inspiré par des travaux antérieurs est que sa solution du pro-

---

* Voir p. 250.

** Voir p. 252.